



Universitat
de les Illes Balears

Matemàtiques II

Informació sobre la matèria de la PBAU

Curs 2023/24

En aquest document es recullen les principals característiques de la Prova de Batxillerat d'Accés a la Universitat (PBAU), per a les convocatòries ordinària i extraordinària de la matèria Matemàtiques II, a la Universitat de les Illes Balears, i sempre que ho permetin les normatives que es publiquin. Aquest document s'anirà actualitzant amb els acords presos en properes reunions de coordinació amb el professorat.

El present document pren com a referència els documents següents:

- **Curriculum del batxillerat a les Illes Balears**, que s'estableix al Decret 33/2022, d'1 d'agost (BOIB núm. 101, de 2 d'agost de 2022, pàg. 31959 i seg.).
- **Actes anteriors**. Acords presos en les actes de les reunions de coordinació prèvies.

La informació d'aquest document s'organitza en els apartats següents:

1. Informació addicional sobre els continguts: es recullen els continguts i els acords adoptats en les reunions de coordinació respecte dels blocs 2, 3, 4 i 5.
2. Estructura de l'examen.
3. Criteris d'avaluació i de qualificació.

Matemàtiques II. Segon de batxillerat

Informació addicional sobre els continguts: es recullen els continguts i els acords adoptats en les reunions de coordinació respecte dels blocs 2, 3, 4 i 5.

Els canvis respecte de l'any passat es marquen amb els colors verd (per addicions) i vermell (per eliminacions).

BLOC 2. NOMBRES I ÀLGEBRA.

- Estudi de les matrius com a eina per tractar i operar amb dades estructurades en taules.
- Classificació de matrius. Operacions.
 - Es prioritzen els conceptes de matriu nul·la, matriu identitat (I_n) i matriu quadrada.
- Aplicació de les operacions amb matrius i de les seves propietats en la resolució de problemes extrets de contextos reals. Equacions matricials amb paràmetres fins a 3×3 . Els paràmetres poden aparèixer tant als coeficients com als termes independents, sempre i quan no compliquin excessivament la resolució. Demostració d'alguna igualtat (exemple: $A^2 = 2 \cdot Id + A$). Si es posa la potència d'una matriu, no s'hauria d'aplicar combinatòria.
- Determinants. Propietats elementals.
 - Saber aplicar les propietats dels determinants, tot i ser útil pels càlculs, no és imprescindible. Els determinants 4×4 o d'ordre superior no són prioritaris.
 - Es recomana saber que $|AB| = |A| \cdot |B|$ i que si una matriu té una fila o columna de 0's, llavors el determinant és 0.
- Rang d'una matriu. Càlcul del rang d'una matriu.
- Matriu inversa.
 - Exercicis utilitzant la matriu inversa.
 - Es prioritza saber si una matriu és invertible o no, comprovar si donades dues matrius una és inversa de l'altre i trobar la inversa d'una matriu en problemes d'agrupar matrius tal que, a partir de " $AB=I$ ", es dedueixi que " $A^{-1}=B$ ".
 - No es prioritzarà el càlcul de la matriu inversa amb la fórmula.
- Representació matricial d'un sistema: discussió i resolució de sistemes d'equacions lineals. Mètode de Gauss. Aplicació a la

resolució de problemes.

- Sistemes d'equacions: màxim tres equacions i tres incògnites.
- Sistemes d'equacions: màxim amb un paràmetre.
- Resoldre el sistema en funció del paràmetre o d'un valor concret.
- Resoldre sistemes d'equacions compatibles determinats i compatibles indeterminats.
- No es demanarà cap mètode específic per resoldre sistemes o per calcular la matriu inversa.
- Poden sortir exercicis on sobrin o faltin dades i es demanin aquestes als alumnes. Podria sortir un sistema 3×2 i que els alumnes hagin de veure que sobre una fila perquè és combinació lineal de les altres.
- Es recomana treballar amb expressions no decimals del tipus $\sqrt{2}$, $\ln 3$, e^2 ...

BLOC 3. ANÀLISI.

- Límit d'una funció en un punt i en l'infinit. Continuïtat d'una funció. Tipus de discontinuïtat. Teorema de Bolzano.
 - Interpretació dels límits sobre una gràfica.
 - Càlcul de límits utilitzant mètodes coneguts o utilitzant la regla de L'Hôpital. Es prioritzen les indeterminacions que es resolen directament arreglant l'expressió i les de $0/0$, Inf/Inf , $0 \cdot \text{inf}$ (a convertir amb una de les anteriors) i 1^{inf} . La indeterminació $\text{Inf}-\text{Inf}$ es tractarà només amb aquells casos que es pot eliminar la indeterminació amb càlculs algebraics senzills com ara multiplicar pel conjugat o fer el mínim comú múltiple.
 - Límits. S'ha d'incidir en els càlculs dels límits, però sense dedicar-se massa a les demostracions, p.ex. «Demostra que el límit de $f(x)$ quan x tendeix a x_0 val L », fent ús de la definició.
 - Veure si una funció és contínua i/o derivable, i el tipus de discontinuïtat que es presenta.
 - Saber aplicar el Teorema de Bolzano per demostrar que existeix almenys una solució en un interval. Conèixer la

seva interpretació geomètrica. No es prioritza la demostració del teorema.

- Funció derivada. Teoremes de Rolle i del valor mitjà. La regla de L'Hôpital. Aplicació al càlcul de límits.
 - Teorema de Rolle i la seva interpretació geomètrica. Saber aplicar Rolle per veure unicitat de solucions. No es prioritza la demostració del teorema.
 - Derivades. S'han de saber aplicar les propietats de la suma, del producte, del quocient, de la regla de la cadena; derivades de funcions importants, trigonomètriques, però no està previst demanar cap demostració de les propietats ni derivades de funcions implícites ni derivades de funcions del tipus $f(x)^{g(x)}$.
 - Càlcul i interpretació de: la continuïtat d'una funció, els límits a l'infinit, les asímptotes, el domini, la monotonia i els extrems relatius. No es prioritzen les aplicacions de la segona derivada.
 - Representació gràfica d'una funció: polinòmica, racional, amb radicals, exponencial, logarítmica i trigonomètrica.
- Aplicacions de la derivada: problemes d'optimització.
 - Aplicació dels coneixements adquirits al càlcul dels paràmetres d'una funció. Podria sortir el cas que falta un paràmetre a la funció i hagin de trobar-lo perquè la gràfica compleixi algunes d'aquestes propietats.
 - Càlcul de la recta tangent.
 - Creixement i decreixement. Màxims i mínims. L'alumne ha de saber calcular el domini de creixement i decreixement d'una funció i calcular-ne els màxims i mínims. De fet, ha de saber treballar tot el que estigui relacionat amb la representació gràfica d'una funció: talls amb els eixos, domini, continuïtat, creixement, i asímptotes.
 - Problemes d'optimització. L'alumne ha de saber plantejar i resoldre problemes d'optimització. El vocabulari utilitzat serà clar i es proporcionaran les fórmules poc freqüents. Si no són problemes geomètrics senzills (àrees i volums), es

proporcionarà la funció.

- Primitiva d'una funció. La integral indefinida. Tècniques elementals per al càlcul de primitives.
 - Conèixer el concepte de primitiva. Saber que representa l'àrea sota una corba, volum de revolució i operació inversa de la derivada. No es prioritzarà el càlcul de volums de resolució.
 - Càlcul d'integrals: immediates i canvis de variable senzills (per substitució - Regla de la cadena). Es recomana explicar i treballar la integració immediata amb la taula en funció de $f'(x)$ i $f(x)$. És a dir, es prioritzarà el coneixement de les integrals immediates (elementals) i de les immediates usant la regla de la cadena. Aquestes integrals immediates inclouen les funcions trigonomètriques inverses. També es podran demanar integrals del tipus «arctangent» amb grau de complexitat limitat a integrar $1/(1+a \cdot x^2)$, $a > 0$, respecte de x .
- La integral definida. Teoremes del valor mitjà i fonamental del càlcul integral. Aplicació al càlcul d'àrees de regions planes.
 - Càlcul d'àrees. Integral definida. No està previst demanar la demostració del teorema fonamental del càlcul ni de la regla de Barrow, però l'alumne ha de saber les aplicacions que se'n deriven i calcular àrees entre dues funcions.

Elements necessaris per **representar** una funció: es prioritza que per les gràfiques usuals (logaritme, exponencial, paràbola, recta, radical i les trigonomètriques simples) coneguin els elements mínims que es necessiten per representar-la i que s'estableixen a continuació. Per les altres, que sàpiguen que almanco és necessari calcular domini, asímptotes i creixement per tenir una representació vàlida. Si només calculen valors han d'especificar perquè són suficients.

- Logaritme: domini i tall amb els eixos
- Exponencial: tall eix OY i valors (almenys un més)
- Paràbola: tall eixos i vèrtex (amb la fórmula o derivant)
- Recta: dos valors (poden ser els talls amb els eixos)
- Radical: domini i valors (proporcionant l'extrem acotat del domini)

- Trigonomètriques: $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\operatorname{tg}(x)$ es poden representar directament indicant els màxims i mínims en els dos primers casos; i els punts d'inflexió i asímptotes en el cas de la tangent.

BLOC 4. GEOMETRIA

- Vectors en l'espai tridimensional. Producte escalar, vectorial i mixt. Significat geomètric.
 - No es recomana el càlcul de la base d'un espai vectorial.
- Equacions de la recta i el pla en l'espai.
 - No s'imposarà que els alumnes proporcionin els resultats amb una determinada equació, però als enunciats pot sortir qualsevol expressió (o inclús mesclades).
- Posicions relatives (incidència, paral·lelisme i perpendicularitat entre rectes i plans).
 - Punt, recta i pla: equacions, estudi de la posició relativa entre rectes, plans (màxim tres plans) i entre recta i pla. Màxim un paràmetre en el cas de l'estudi de la posició relativa en funció d'un paràmetre.
 - En el cas de paral·lelisme, distingir entre coincidents o no; en el cas de secants, distingir si ho fan perpendicularment o no i han de saber trobar el lloc geomètric de la intersecció (punt o recta de tall); en el cas que s'encreuen, també distingir si ho fan perpendicularment o no.
- Propietats mètriques (càlcul d'angles, distàncies, àrees i volums).
 - Distància entre dos punts, punt-recta, entre dues rectes, recta-pla i entre dos plans.
 - Angles entre rectes, plans i entre rectes i plans.
 - Volums del tetraedre i del prisma.
 - Càlcul de la mediatriu d'un segment.
 - No es recomana l'estudi de llocs geomètrics.

BLOC 5. ESTADÍSTICA I PROBABILITAT.

- Esdeveniments. Assignació de probabilitats a esdeveniments mitjançant la regla de Laplace i a partir de la seva freqüència relativa. Axiomàtica de Kolmogorov.

- Si les solucions són absurdes ($p > 1$ o $p < 0$), han de ser conscients que hi ha un error.
- Aplicació de la combinatòria al càlcul de probabilitats.
 - No es recomana el càlcul de probabilitats utilitzant combinatòria.
- Experiments simples i composts. Probabilitat condicionada. Dependència i independència d'esdeveniments.
- Saber organitzar les dades en taules i arbres, i extreure les probabilitats d'allà. Saber mirar si dos successos són independents. Càlcul de probabilitats emprant els diagrames de Venn.
- No es prioritzaran els teoremes de la probabilitat total i de Bayes. No es prioritzarà la versemblança d'un esdeveniment.
- Variables aleatòries discretes. Distribució de probabilitat. Mitjana, variància i desviació típica.
 - Es treballarà sempre amb la desviació típica coneguda.
- No es prioritza la distribució binomial.
- Distribució normal. Tipificació de la distribució normal. Assignació de probabilitats en una distribució normal.
 - L'assignació es pot fer mitjançant interpolació o assignant el valor mitjà, sempre que el mètode triat estigui explicat.

Matemàtiques II. Segon de batxillerat

Estructura de l'examen

La durada de la prova serà de 90 minuts, excepte si aquesta durada resulta incompatible amb una actualització del marc normatiu per regular les Proves de Batxillerat d'Accés a la Universitat per al curs 2023/24.

Es manté la mateixa optativitat que el curs anterior: l'examen constarà de vuit problemes i almenys dos problemes seran de cada un dels blocs de coneixement. Aquest aspecte es podria ajustar si el marc normatiu ho requereix:

- si la normativa requereix de dues opcions de les quals l'estudiant ha de triar una, cada una d'aquestes opcions constaran de quatre problemes, i almenys un problema de cada opció serà de cada un dels blocs de coneixement;
- altrament, s'ajustarà l'optativitat de l'examen a la normativa en vigor.

La valoració dels exercicis proposats és de 10 punts per a cadascun, i no hi haurà preguntes d'opció múltiple, tot i que, tant com sigui possible, es procurarà dividir cada exercici en apartats que siguin de resolució o qualificació independent els uns dels altres. La puntuació de cada apartat es donarà amb l'enunciat de l'examen. La qualificació final de l'examen s'obtindrà de dividir per quatre la suma dels punts obtinguts.

Per fer l'examen es permet utilitzar una calculadora científica bàsica, tot i que en absolut és imprescindible. No es permetrà l'ús de calculadores gràfiques o programables. Tampoc no es permetrà l'ús de dispositius amb accés a Internet o d'aparells que puguin transmetre o emmagatzemar informació.

Matemàtiques II. Segon de batxillerat

Criteris d'avaluació i qualificació

Per a l'avaluació dels exercicis, es tindran en compte els objectius generals de la prova. Es tracta d'avaluar:

- coneixements, habilitats i maduresa de la capacitat per expressar aquests coneixements en el context d'un mètode científic o tècnic.

És a dir, es valorarà no només:

- la resolució correcta de cada pregunta,

sinó també:

- la presentació d'aquesta resolució: el plantejament del problema, l'exposició del mètode utilitzat, el domini de les tècniques fonamentals de càlcul, la correcció dels càlculs i la interpretació dels resultats;
- es tindrà en compte també la correcta utilització del llenguatge matemàtic, i
- l'encadenament lògic dels raonaments.

Els alumnes han de desenvolupar tots aquests aspectes en l'exercici. Per tant, les preguntes de l'examen s'han respondre de manera clara i raonada. Només es tindran en compte les respostes clarament justificades i raonades usant llenguatge matemàtic, o no matemàtic, segons correspongui, i es valoraran negativament els errors de càlcul.

Al marge dels enunciats concrets de cada examen, hi ha uns criteris generals d'avaluació, que reflecteixen els objectius de l'assignatura:

- Es valorarà positivament el plantejament de les respostes o la claredat en l'exposició del mètode utilitzat. En els criteris específics de correcció de cada examen es distingirà, sempre que sigui possible, la puntuació assignada al plantejament i l'assignada a la resolució o càlcul pròpiament dit.
- Hi pot haver molts de mètodes de resolució d'un problema; qualsevol es considera igualment vàlid.
- Les respostes incompletes es valoraran proporcionalment a la puntuació especificada per a cada una.

- Si en un problema cal calcular una àrea o distància i no s'indiquen unitats, aquestes no s'exigeixen en la resposta. Si en el plantejament del problema apareixen unitats (metres, per ex.), s'han d'indicar en la solució al problema.
- Errors de càlcul: un error de càlcul és un error casual, que no posa en dubte els coneixements de l'alumne sobre les tècniques de càlcul fonamentals de la matèria ni la capacitat d'aquest per manipular correctament les expressions i operacions matemàtiques elementals. Cal tenir en compte que l'alumne, en aquest nivell, ha de manejar amb soltesa les expressions matemàtiques elementals i que un dels objectius de l'assignatura és el domini d'una sèrie de tècniques de càlcul. Aquests coneixements han de ser reflectits en els exercicis. Un error en la còpia d'un enunciat o un error de càlcul que doni lloc a un problema de característiques i grau de dificultat similar al proposat a l'examen, no es tindrà en compte. No obstant això, si algun error d'aquest tipus dona lloc a un problema de dificultat clarament menor, l'exercici es considerarà incorrecte. Hi ha errors fàcilment observables, bé per una simple comprovació o bé perquè condueixen a resultats sense sentit. L'alumne ha de poder detectar-los. Les respostes en les quals s'observen greus o freqüents deficiències en el maneig de les expressions i operacions matemàtiques elementals, seran qualificades com a incorrectes quan siguin purament de càlcul. Si passa altrament, es valorarà només el plantejament.
- Un problema amb resultat correcte pot ser valorat amb un zero quan la persona que el corregeixi consideri que el procés seguit en la resolució no s'explica suficientment, la justificació no s'ha donat o és incorrecta.
- S'utilitzi o no calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre correctament justificats. Si es demana una gràfica aproximada o senzilla d'una funció, això vol dir un dibuix elemental on es presentin, si escau, el domini, els extrems relatius, intervals de creixement i decreixement, límits a l'infinit i asymptotes. Una gràfica d'una funció, encara que sigui correcta, no es valorarà si no està explicada.
- No cal fer els detalls de la resolució d'equacions de segon grau (es pot fer usant calculadora). Si s'ha de resoldre una equació de tercer grau o superior, cal detallar el procediment seguit.

- En l'assignació d'una probabilitat utilitzant la taula de la normal, aquesta es pot fer utilitzant el valor més proper o per interpolació, sempre que el mètode triat estigui explicat.
- En el cas d'aproximar una proporció o suma mostral per una variable normal no caldrà aplicar la correcció per continuïtat.