

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Considerau les matrius següents:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Es demana:

- a) Calculeu $\mathbf{A}^2 - \mathbf{B} \cdot \mathbf{C}^t$, on \mathbf{C}^t és la transposada de la matriu \mathbf{C} . (5 punts)
- b) Resoleu l'equació matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$. (5 punts)

2. Un estudi sobre la presència de CO_2 en l'atmosfera d'una ciutat indica que el nivell de contaminació ve donat per la funció

$$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25, \quad 0 \leq t \leq 25,$$

(t = anys transcorreguts des de l'any 2000). Es demana:

- a) En quin any s'aconseguirà un màxim en el nivell de contaminació? (4 punts)
- b) En quin any s'assolirà el nivell de contaminació zero? (2 punts)
- c) Quan $t = 17$ el nivell de contaminació serà creixent o decreixent? (4 punts)

3. Siguin A i B dos successos que tenen probabilitats 0.4 i 0.6 respectivament. Se sap que, donat B , la probabilitat que ocorri A és 0.3. Es demana:

- a) Quina és la probabilitat que ocorrin tots dos successos a la vegada? (2 punts)
- b) Quina és la probabilitat que ocorri qualsevol dels dos successos? (3 punts)
- c) Quina és la probabilitat que no ocorri cap dels dos successos? (5 punts)

4. En una certa entitat bancària, el 40 % dels crèdits concedits són per a habitatge, el 50 % es destinen a empreses, i el 10 % són per a consum. Se sap, a més, que dels crèdits concedits a habitatge, el 15 % resulten impagats; dels crèdits concedits a empreses, són impagats el 20 %; i dels crèdits concedits al consum, resulten impagats el 15 %.

- a) Calculeu la probabilitat que un cert crèdit triat a l'atzar sigui pagat. (6 punts)
- b) Quina és la probabilitat que un crèdit triat a l'atzar s'hagi destinat a consum, sabent que s'ha pagat? (4 punts)

Model 1

OPCIÓ B

1. Un grup d'estudiants finança el seu viatge de final de curs amb la venda de participacions de loteria per import d'1, 2 i 5 euros. Han recaptat un total de 620 € i han venut el doble de participacions d'1 € que de 5 €. Si han venut un total de 280 participacions, calculeu el nombre de participacions que han venut de cada import. (10 punts)

2. Una fàbrica de paper vol liquidar fins a 88 kg de paper reciclat i fins a 148 kg de paper normal. Per a això fa dos tipus de lots, A i B . Els lots de tipus A estan formats per 1 kg de paper reciclat i 3 kg de paper normal, i els lots de tipus B , per 2 kg de paper de cada classe. El preu de venda de cada lot de tipus A és d'1.1€ i el de cada lot de tipus B és d'1.5€. Quants lots de tipus A i B ha de vendre per maximitzar els seus ingressos? A quant ascendeixen aquests ingressos màxims? (10 punts)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

3. En una certa població el consum d'aigua (en m^3) en funció de les hores del dia, ve donat per

$$C(t) = \begin{cases} \frac{17}{9}t, & \text{si } 0 \leq t < 9, \\ \alpha t^2 + \beta t - 172, & \text{si } 9 \leq t < 20, \\ 168 - 7t, & \text{si } 20 \leq t < 24. \end{cases}$$

Sabent que la funció és contínua a l'interval $(0, 20)$, i que a les 15 hores s'aconsegueix el màxim consum d'aigua, determineu α i β .

4. Se sap que el pes dels jugadors de la lliga de futbol professional es distribueix segons una normal de desviació típica de 6 kg. Per estudiar el pes mitjà dels jugadors, s'extreu una mostra de grandària 8, i s'obtenen els resultats següents:

63.7; 48; 43.5; 65; 82; 70.3; 56.5; 50.

- Calculeu un interval de confiança a un nivell de significació del 10 % per al pes mitjà dels jugadors. (6 punts)
- De quina grandària ha de ser la mostra perquè amb el mateix nivell de significació l'error comès en l'estimació no excedeixi 1.2 kg? (4 punts)

Model 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.