Model 1. Criteris específics de correcció

Cada qüestió té una puntuació màxima de 10. Cal tenir presents les puntuacions parcials màximes que apareixen a les qüestions amb més d'un apartat. Pel que fa a aquelles qüestions que tenen apartats sense puntuar, se suposarà que cadascun té la mateixa valoració.

Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne.

Penalitzau els errors de càlcul. Els errors greus i, especialment, aquells que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzau-los amb el 50 per cent sobre la qualificació de la qüestió.

Valorau totes les parts que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.

Hi pot haver casos en què hi hagi dubtes en aplicar els criteris que es detallen a continuació. En aquests casos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.

OPCIÓ A

1. *a*) Expressió correcta de la matriu transposada: 1 punt. Càlcul correcte del producte $\mathbf{C}\cdot\mathbf{B^t}$: 1 punt. Càlcul correcte de $\mathbf{A}^2$: 1 punt. Càlcul correcte de l'expressió final: 2 punts. Si hi ha un error en qualcun dels productes, màxim 3 punts. Si hi ha més d'un error: 0 punts.

b) Indicar que resoldre l'equació $\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}+\mathbf{B}=\mathbf{C}$ és equivalent a calcular $\mathbf{X}=\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{C}-\mathbf{B})$: 1 punt. Càlcul correcte de $\mathbf{C}-\mathbf{B}$: 1 punt. Càlcul de la matriu inversa de $\mathbf{A}$: 2 punts. Càlcul correcte del producte $\mathbf{A}^{-1}$ per la matriu corresponent i de la matriu $\mathbf{X}$: 1 punt. Si hi ha qualque error: 0 punts.
Una altra possibilitat: Càlcul correcte del producte $\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}$: 1 punt. Expressió correcta del sistema d'equacions associat al problema: 2 punts. Solució correcta del sistema d'equacions: 2 punts. Si hi ha qualque error: 0 punts.

2. *a*) Càlcul correcte de la derivada de $C(t)$: 1 punt. Resolució correcta de l'equació $C'(t)=0$: 1 punt. Determinació que a $t=10$ hi ha un màxim: 1 punt. Indicar que el màxim s'assoleix l'any 2010: 1 punt.

b) Resolució correcta de l'equació $C(t)=0$: 1 punt. Indicar que el nivell de contaminació zero s'assoleix l'any 2025: 1 punt.

c) Calcular $C'(17)$: 2 punts. Indicar que com que $C'(17)<0$, per tant, el nivell de contaminació és decreixent: 2 punts.

3. *a*) Indicar que ens demanen la probabilitat de $A\cap B$: 1 punt. Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 1 punt.

b) Indicar que ens demanen la probabilitat de $A\cup B$: 1 punt. Expressió correcta de la fórmula de $p(A\cup B)$: 1 punt. Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 1 punt.

c) Indicar que ens demanen la probabilitat de $A^c\cap B^c$: 2 punts. Expressió correcta de $p(A^c\cap B^c)$: 1 punt. Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 2 punts.

4. *a*) Expressió correcta de totes les probabilitats necessàries per resoldre el problema: 4 punts.
Càlcul correcte de la probabilitat total demanada: 2 punts.

b) Càlcul correcte de la probabilitat demanada: 4 punts.

Model 1. Criteris específics de correcció

OPCIÓ B

1. Interpretació correcta de l'enunciat com a equacions lineals: 4 punts. Si la traducció a equacions no és correcta: 0 punts. Solució correcta del sistema d'equacions plantejat: 6 punts. Qualsevol altra situació: 0 punts.

2. Interpretació correcta de l'enunciat com un problema de programació lineal: 3 punts. Qualsevol altra situació: 0 punts.

Determinació correcta de la funció objectiu: 1 punt.

Dibuix correcte de la regió factible: 4 punts. Si falta qualque indicació de recta o de vèrtex, cal restar mig punt per recta i/o vèrtex. Nota mínima: 0 punts. Si hi ha error en el càlcul d'algun dels vèrtexs, però els altres estan ben calculats: màxim 3 punts. Si hi ha més d'un error: 0 punts.

Indicar que el màxim s'aconsegueix amb 30 lots de tipus A i 29 lots de tipus B: 1 punt.

Indicar que els ingressos màxims ascendeixen a 76.5 €: 1 punt.

3. Indicar que la condició de continuïtat a $t = 9$ consisteix en la igualtat dels límits laterals: 2 punts.

Establir correctament l'equació que implica: 2 punts.

Indicar que la segona es tradueix que $C'(15) = 0$: 2 punts. Donar l'equació que implica: 1 punt.

Solució correcta del sistema d'equacions: 2 punts. Assenyalar que els valors són $\alpha = -1$ i $\beta = 30$: 1 punt.

4. *a*) Justificació i càlcul correcte del valor crític: 2 punts. Sense justificació i càlculs del valor crític: màxim 1 punt.
Càlcul correcte de $\bar{x}$: 1 punt.
Justificació i càlcul correcte de l'interval de confiança: 3 punts. Si tan sols apareix directament l'interval: màxim 1 punt.

b) Expressió de l'error: 1 punt.
Justificació i càlcul correcte de la grandària mostral mínima: 2 punts.
Indicar que com a mínim s'ha de prendre una grandària mostral de 69: 1 punt.

Model 1. Solucions

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. Considerau les matrius següents:

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{C}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Es demana:

a) Calculau $\mathbf{A}^2-\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}^t$, on $\mathbf{C}^t$ és la transposada de la matriu $\mathbf{C}$. (5 punts)
b) Resoleu l'equació matricial $\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}+\mathbf{B}=\mathbf{C}$. (5 punts)

Solució. *a*) Tenim que

$$\mathbf{A}^2=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4-5 & -10+15 \\ 2-3 & -5+9 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}^t=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}^t=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3-2 & -3-5 \\ 0+2 & 0+5 \end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Finalment:

$$\mathbf{A}^2-\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}^t=\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 13 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Sabem que

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{X}+\mathbf{B}=\mathbf{C}\ \Rightarrow\ \mathbf{A}\cdot\mathbf{X}=\mathbf{C}-\mathbf{B}\ \Rightarrow\ \mathbf{A}\cdot\mathbf{X}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow\ \mathbf{X}=\mathbf{A}^{-1}\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Model 1. Solucions

Per tant, hem de trobar la matriu inversa de $\mathbf{A}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -5 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -5 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 6 & -10 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{array}\right)$$
$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{array}\right) \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

D'on:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -11 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

2. Un estudi sobre la presència de CO_2 en l'atmosfera d'una ciutat indica que el nivell de contaminació ve donat per la funció

$$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25,\ 0 \leq t \leq 25,$$

($t=$ anys transcorreguts des de l'any 2000). Es demana:

a) En quin any s'aconseguirà un màxim en el nivell de contaminació? (4 punts)
b) En quin any s'assolirà el nivell de contaminació zero? (2 punts)
c) Quan $t = 17$ el nivell de contaminació serà creixent o decreixent? (4 punts)

Solució. *a*) Per trobar el valor màxim derivam i igualam a zero:

$$C'(t) = -0.4t + 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{4}{0.4} = 10 \text{ anys des del 2000.}$$

El màxim nivell de contaminació s'aconseguirà l'any 2010.

b) $-0.2t^2 + 4t + 25 = 0$, aleshores $t = -5$ i $t = 25$. El nivell de contaminació 0 s'aconseguirà en 25 anys des de l'any 2000, és a dir, l'any 2025.

c) $C'(t) = -0.4t + 4$, per tant, $C'(17) = -2.8 < 0$, per tant, l'any 2017 el nivell de contaminació serà decreixent.

3. Siguin A i B dos successos que tenen probabilitats 0.4 i 0.6 respectivament. Se sap que, donat B, la probabilitat que ocorri A és 0.3. Es demana:

a) Quina és la probabilitat que ocorrin tots dos successos a la vegada? (2 punts)
b) Quina és la probabilitat que ocorri qualsevol dels dos successos? (3 punts)
c) Quina és la probabilitat que no ocorri cap dels dos successos? (5 punts)

Solució.

$$p(A) = 0.4,\ p(B) = 0.6,\ p(A/B) = 0.3.$$

a) $p(A \cap B) = p(A/B)p(B) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18.$
b) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0.4 + 0.6 - 0.18 = 0.82.$
c) $p(A^c \cap B^c) = p((A \cup B)^c) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0.82 = 0.18.$

Model 1. Solucions

4. En una certa entitat bancària, el 40 % dels crèdits concedits són per a habitatge, el 50 % es destinen a empreses, i el 10 % són per a consum. Se sap, a més, que dels crèdits concedits a habitatge, el 15 % resulten impagats; dels crèdits concedits a empreses, són impagats el 20 %; i dels crèdits concedits al consum, resulten impagats el 15 %.

a) Calculau la probabilitat que un cert crèdit triat a l'atzar sigui pagat. (6 punts)

b) Quina és la probabilitat que un crèdit triat a l'atzar s'hagi destinat a consum, sabent que s'ha pagat? (4 punts)

Solució. Considerem els successos següents:

$$V = \text{crèdit d'habitatge},\ E = \text{crèdit d'empreses},\ C = \text{crèdit de consum},$$
$$I = \text{crèdit impagat},\ P = \text{crèdit pagat}.$$

Tenim que:

$$\begin{aligned} &p(V) = 0.4,\ p(E) = 0.5,\ p(C) = 0.1,\\ &p(I/V) = 0.15,\ p(I/E) = 0.2,\ p(I/C) = 0.15,\\ &p(P/V) = 0.85,\ p(P/E) = 0.8,\ p(P/C) = 0.85. \end{aligned}$$

a)

$$\begin{aligned} p(P) &= p(V)p(P/V) + p(E)p(P/E) + p(C)p(P/C) = 0.4 \cdot 0.85 + 0.5 \cdot 0.8 + 0.1 \cdot 0.85\\ &= 0.34 + 0.40 + 0.085 = 0.825. \end{aligned}$$

b)

$$p(C/P) = \frac{p(C) \cdot p(P/C)}{p(P)} = \frac{0.1 \cdot 0.85}{0.825} = \frac{0.085}{0.825} = 0.1030.$$

Model 1. Solucions

OPCIÓ B

1. Un grup d'estudiants finança el seu viatge de final de curs amb la venda de participacions de loteria per import d'1, 2 i 5 euros. Han recaptat un total de 620 € i han venut el doble de participacions d'1 € que de 5 €. Si han venut un total de 280 participacions, calculau el nombre de participacions que han venut de cada import. (10 punts)

Solució. Siguin:

$$x = \text{nombre de participacions d'1 €},$$
$$y = \text{nombre de participacions de 2 €},$$
$$z = \text{nombre de participacions de 5 €}.$$

L'enunciat del problema es correspon amb el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 280, \\ x = 2z, \\ x + 2y + 5z = 620. \end{cases}$$

Substituint la segona equació en les altres dues:

$$\begin{cases} y + 3z = 280, \\ 2y + 7z = 620. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad z = 620 - 560 = 60.$$

Aleshores,

$$x = 2 \cdot 60 = 120,$$
$$y = 280 - 120 - 60 = 100.$$

Per tant, han venut 120 participacions d'1 €, 100 participacions de 2 € i 60 participacions de 5 €.

2. Una fàbrica de paper vol liquidar fins a 88 kg de paper reciclat i fins a 148 kg de paper normal. Per a això fa dos tipus de lots, A i B. Els lots de tipus A estan formats per 1 kg de paper reciclat i 3 kg de paper normal, i els lots de tipus B, per 2 kg de paper de cada classe. El preu de venda de cada lot de tipus A és d'1.1 €i el de cada lot de tipus B és d'1.5 €. Quants lots de tipus A i B ha de vendre per maximitzar els seus ingressos? A quant ascendeixen aquests ingressos màxims? (10 punts)

S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vèrtexs.

Solució. Les dades proporcionades per l'enunciat estan resumides a la taula següent:

Model 1. Solucions

	Lots de tipus A	Lots de tipus B	Disponible
Paper reciclat	1 kg	2 kg	88 kg
Paper normal	3 kg	2 kg	148 kg
Preu de venda	1.1 €	1.5 €	

Siguin:

$$x = \text{nombre de lots de tipus } A,$$
$$y = \text{nombre de lots de tipus } B.$$

Les restriccions associades al problema són:

$$\begin{cases} x + 2y \le 88, \\ 3x + 2y \le 148, \\ x \ge 0, \\ y \ge 0. \end{cases}$$

La funció objectiu és: $F(x, y) = 1.1x + 1.5y$.

a) Calculem els punts de tall, que seran els vèrtexs de la nostra regió factible.

$$\begin{cases} x + 2y = 88, \\ 3x + 2y = 148, \end{cases} \implies B = (30, 29).$$

Punts de tall amb els eixos:

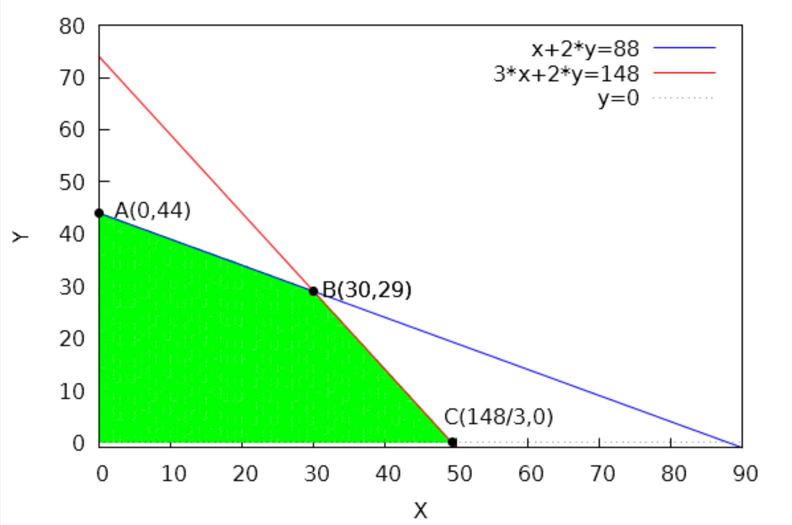
$x + 2y = 88 \implies A = (0, 44),\ (88, 0) \qquad 3x + 2y = 148 \implies C = (148/3, 0),\ (0, 74).$

Els vèrtexs de la nostra regió seran:

$$(0, 0),\ A = (0, 44),\ B = (30, 29),\ C = (148/3, 0)$$

La regió factible es pot veure a la figura següent.

Model 1. Solucions



b) El nostre objectiu és maximitzar els ingressos, i la nostra funció objectiu és: $F(x,y) = 1.1x + 1.5y$.

	x	y	$F(x,y) = 1.1x + 1.5y.$
A	0	44	66
B	30	29	76.5
C	148/3	0	67,77
	0	0	0

Els ingressos són màxims amb 30 lots de tipus A i amb 29 lots de tipus B. Els ingressos màxims ascendeixen a 76.5 €.

3. En una certa població el consum d'aigua (en m^3) en funció de les hores del dia, ve donat per

$$C(t) = \begin{cases} \frac{17}{9}t, & \text{si } 0 \leq t < 9, \\ \alpha t^2 + \beta t - 172, & \text{si } 9 \leq t < 20, \\ 168 - 7t, & \text{si } 20 \leq t < 24. \end{cases}$$

Sabent que la funció és contínua a l'interval $(0, 20)$, i que a les 15 hores s'aconsegueix el màxim consum d'aigua, determinau α i β.

Solució. Si $C(t)$ és contínua a $t = 9$, aleshores

$$C(9) = \lim_{t \to 9^-} C(t) = \lim_{t \to 9^+} C(t),$$

Dada que ens proporcionarà la primera de les condicions:

$$\lim_{t \to 9^-} C(t) = \lim_{t \to 9} \frac{17}{9}t = 17,$$
$$\lim_{t \to 9^+} C(t) = \lim_{t \to 9} \alpha t^2 + \beta t - 172 = 81\alpha + 9\beta - 172,$$

d'on

$$81\alpha + 9\beta - 172 = 17.$$

La segona condició ens diu que $C'(15) = 0$:

$$C'(t) = 2\alpha t + \beta, \text{ i com que } C'(15) = 0 \Rightarrow 30\alpha + \beta = 0.$$

Aleshores:

$$\begin{cases} 81\alpha + 9\beta - 172 = 17, \\ 30\alpha + \beta = 0. \end{cases} \Rightarrow \alpha = -1, \beta = 30.$$

4. Se sap que el pes dels jugadors de la lliga de futbol professional es distribueix segons una normal de desviació típica de 6 kg. Per estudiar el pes mitjà dels jugadors, s'extreu una mostra de grandària 8, i s'obtenen els resultats següents:

63.7; 48; 43.5; 65; 82; 70.3; 56.5; 50.

a) Calculau un interval de confiança a un nivell de significació del 10 % per al pes mitjà dels jugadors. (6 punts)

b) De quina grandària ha de ser la mostra perquè amb el mateix nivell de significació l'error comès en l'estimació no excedeixi 1.2 kg? (4 punts)

Solució. *a*) Un interval de confiança per a la mitjana de la població amb un nivell de significació α (nivell de confiança $1-\alpha$) és

$$\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

on $n = 8$, $\overline{x}$ s'ha de calcular i $\sigma = 6$.

Calculem el valor crític $z_{\frac{\alpha}{2}}$ i busquem el seu valor a la taula $N(0,1)$ donada amb els enunciats.

$$\alpha = 0.96, \implies \frac{\alpha}{2} = 0.05 \implies z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.05}.$$

$$\phi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \phi(z_{0.05}) = 1 - 0.05 = 0.95 \implies z_{\frac{\alpha}{2}} = \phi^{-1}(0.95) = 1.65.$$

Sabem que:

$$\overline{x} = \frac{63,7 + 48 + 43,5 + 65 + 82 + 70,3 + 56,5 + 50}{8} = 59,87.$$

Per tant:

$$\left(\overline{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (59,87 - 1.65 \cdot \frac{6}{\sqrt{8}}, 59,87 + 1.65 \cdot \frac{6}{\sqrt{8}})$$
$$\approx (59,87 - 3,500, 58,87 + 3,500) = (56.37, 63.37).$$

b) Sabem que l'error és

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies \sqrt{n} = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{E}.$$

Model 1. Solucions

Com que ha de ser $E \leq 1,2$, podem suposar $E = 1,2$.
Per tant:

$$\sqrt{n} = \frac{1.65 \cdot 6}{1,2} \iff n \approx \left(\frac{1.65 \cdot 6}{1,2}\right)^2 \approx 68,0625 \implies n \geq 69.$$

La grandària mostral mínima que es necessita és de 69 jugadors.

Model 1. Solucions

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula 1: Taula de la distribució normal $N(0,1)$.